УДК 621.513

Л.М. ЛЮБЧИК, д-р техн. наук***, М.Н. МАЛЬКО, О.В. КОСТЮК***

СИНТЕЗ СЕЛЕКТИВНО-ИНВАРИАНТНЫХ СИСТЕМ С ОБРАТНЫМИ МОДЕЛЯМИ

Запропоновано узагальнення методу синтезу селективно-інваріантних систем управління на випадок двоканальних немінімально-фазових об'єктів. Для вирішення задачі синтезу компенсуючих регуляторів застосовані стійкі обернені моделі.

Проблема синтеза систем управления, компенсирующих возмущения, остается в центре внимания современной теории управления. Поскольку условия достижения абсолютной или полной инвариантности оказываться, как правило физически нереализуемы, на практике стремятся к обеспечению частичной инвариантности к определенному классу возмущений. Развития этой идеи привело к возникновению понятия селективно-инвариантных систем, теория синтеза которых для объектов со скалярным входом и выходом развита в работах Я.З. Ципкина [1;2]. При этом априорная информация о возмущениях вводится в виде их описания с помощью, так называемой модели предсказания - дифференциального или разносного уравнения с известными или настраиваемыми параметрами, описывающими динамику изменения возмущений. Таким образом, может задаваться широкий класс так называемых волновых возмущений [3], имеющих место в разнообразных задачах управления техническими объектами.

В настоящей работе рассматриваются особенности реализации схемы селективно-инвариантного управления для двухканальных объектов, у которых регулируемые и измеряемые переменные различаются между собой. Возникающая при этом проблема связана с тем, что для модели объекта общего вида применение метода динамического восстановления возмущений наталкивается на существенные трудности в случае неминимально-фазового объекта. Использование устойчивых обратных моделей позволяет получить соответствующее обобщение метода селективной инвариатности.

Рассмотрим дискретный динамический объект вида

$$Q\left(q^{-1}\right)y(k)=q^{-1}P_u\left(q^{-1}\right)u(k)+P_w\left(q^{-1}\right)w(k), \tag{1}$$

где $y(k)$, $u(k)$, $w(k)$ – соответственно регулируемые, управляющие и возмущающие переменные. Полиномы от оператора сдвига q^{-1} удовлетворяют обычным $Q(0)=1$, $P_u(0)\neq 0$, $P_w(0)\neq 0$. Отличие модели (1) от модели, рассматриваемой в [1], заключается в наличии динамики начала возмущения, что отражается введением полинома возмущения $P_w\left(q^{-1}\right)\neq 1$.

Зададим цель управления с помощью эталонной модели

$$\begin{aligned}&Q^*\left(q^{-1}\right)y^*(k)=q^{-1}P^*\left(q^{-1}\right)r(k),\\&T^*\left(q^{-1}\right)\left[y^*(k)-y(k)\right]=0,\end{aligned} \tag{2}$$

где $r(k)$ – задающее воздействие, $y^*(k)$ – желаемое изменение регулируемой переменной, определяемое структурой и параметрами эталонной модели (2).

Решение этой задачи для устойчивого и минимально-фазового объекта при отсутствии возмущений $w(k)=0$ хорошо известно и имеет вид:

$$R\left(q^{-1}\right)u(k)=P_r\left(q^{-1}\right)r(k)-P_y\left(q^{-1}\right)y(k), \tag{3}$$

где $R\left(q^{-1}\right)$, $P_r\left(q^{-1}\right)$, $P_y\left(q^{-1}\right)$ – полиномы регулятора с двумя степенями свободы, определяемые по формулам:

$$\begin{aligned} &R\left(q^{-1}\right)=P_u\left(q^{-1}\right), \quad P_r\left(q^{-1}\right)=T^*\left(q^{-1}\right)P^*\left(q^{-1}\right), \\ &P_y\left(q^{-1}\right)=q\left[T^*\left(q^{-1}\right)Q^*\left(q^{-1}\right)-Q\left(q^{-1}\right)\right]. \end{aligned} \tag{4}$$

Заметим, что в этом случае регулятор имеет структуру обратной модели объекта управления.

При наличии возмущений возникает необходимость в их компенсации на основе схемы косвенного измерения. Введем согласованную модель вида

$$\hat{y}(k)=\left[1-Q\left(q^{-1}\right)\right]y(k)+q^{-1}P_u\left(q^{-1}\right)u(k), \tag{5}$$

При этом очевидно, что

$$\varepsilon(k)=y(k)-\hat{y}(k)=P_w\left(q^{-1}\right)w(k)=Q\left(q^{-1}\right)y(k)-q^{-1}P_u\left(q^{-1}\right)u(k), \tag{6}$$

т.е. с его помощью можно косвенно оценить возмущающее воздействие, подвергнутое преобразованию скользящего среднего, задаваемого полиномом возмущения $P_w\left(q^{-1}\right)$.

Пусть возмущение $w(k)$ принадлежит классу регулярных возмущений, задаваемых моделью вида

$$w(k)=D\left(q^{-1}\right)w(k-1), \tag{7}$$

где $D\left(q^{-1}\right)$ – полином предсказания.

Принимая во внимание, следующее из (7) уравнение компенсации $\left[1-q^{-1}D\left(q^{-1}\right)\right]w(k)=0$, зададим уравнение комбинированного регулятора:

$$P_u\left(q^{-1}\right)u(k)=T^*\left(q^{-1}\right)P^*\left(q^{-1}\right)r(k)-P_y\left(q^{-1}\right)y(k)-D\left(q^{-1}\right)\varepsilon(k), \tag{8}$$

которое с учетом (6) может быть преобразовано к виду

$$\begin{aligned} &\left[1-q^{-1}P_w\left(q^{-1}\right)D\left(q^{-1}\right)\right]P_u\left(q^{-1}\right)u(k)= \\ &\quad =T^*\left(q^{-1}\right)P^*\left(q^{-1}\right)r(k)-\left[P_y\left(q^{-1}\right)+P_w\left(q^{-1}\right)D\left(q^{-1}\right)Q\left(q^{-1}\right)\right]y(k). \end{aligned} \tag{9}$$

Из (1), (8) следует уравнение замкнутой системы

$$\left[Q\left(q^{-1}\right)+q^{-1}P_y\left(q^{-1}\right)\right]y(k)=q^{-1}T^*\left(q^{-1}\right)P^*\left(q^{-1}\right)P^*\left(q^{-1}\right)r(k), \tag{10}$$

из которого видно, что закон управления (9) обеспечивает полную компенсацию возмущений и выполнение целевого условия (2).

Учитывая (4) легко убедиться, что характеристический полином замкнутой системы имеет вид $\Delta\left(q^{-1}\right)=T^*\left(q^{-1}\right)Q^*\left(q^{-1}\right)P_u\left(q^{-1}\right)$, т.е. гарантирующее ее устойчивость гарантирована для объекта, минимально-фазового по управлению.

Рассмотрим особенности решения задачи синтеза селективно-инвариантной системы для неминимально-фазового объекта. Один из возможных подходов, предложенный в [1], основан на идее построения аппроксимации модели объекта приближенной минимально-фазовой моделью. На основе стандартной факторизации полинома управления $P_u\left(q^{-1}\right)=P_u^+\left(q^{-1}\right)P_u^-\left(q^{-1}\right)$ вводится так называемая "рвано-модульная" аппроксимация полинома управления

$$\tilde{P}_u\left(q^{-1}\right)=P_u^+\left(q^{-1}\right)\tilde{P}_u^-\left(q^{-1}\right), \tag{11}$$

где $\widetilde{P}_u^-\left(q^{-1}\right)=q^{-m}P_u^-(q)$ – обратный полином, $m=\deg P_u^-\left(q^{-1}\right)$.

Тогда "равно-модульная" модель объекта

$$\begin{aligned} &Q\left(q^{-1}\right)y(k)=q^{-1}\widetilde{P}_u\left(q^{-1}\right)u(k)+w_e(k);\\ &w_e(k)=P_w\left(q^{-1}\right)w(k)+q^{-1}\left[P_u\left(q^{-1}\right)-\widetilde{P}_u\left(q^{-1}\right)\right]u(k), \end{aligned} \tag{12}$$

будет обладать свойством минимальной фазовости, а погрешность аппроксимации может быть учтена путем введения дополнительного эквивалентного возмущения $w_e(k)$.

Следуя изложения выше схеме и используя косвенное измерение эквивалентного возмущения

$$\varepsilon(k)=Q\left(q^{-1}\right)y(k)-q^{-1}\widetilde{P}\left(q^{-1}\right)u(k)=w_e(k), \tag{13}$$

получим уравнение устойчивого компенсирующего регулятора в виде

$$\widetilde{P}_u\left(q^{-1}\right)u(k)=T^*\left(q^{-1}\right)Q^*\left(q^{-1}\right)r(k)-P_y\left(q^{-1}\right)y(k)-D_e\left(q^{-1}\right)\varepsilon(k), \tag{14}$$

где $D_e\left(q^{-1}\right)$ – полином предсказания эквивалентного возмущения. Практическая реализация указанного подхода наталкивается на значительные трудности связанное с построением полинома предсказания $D_e\left(q^{-1}\right)$, т.к. эквивалентное возмущение зависит от управляющих воздействий.

Аналогичные проблемы возникают при рассмотрении двухканальных неминимально-фазовых объектов.

$$\begin{aligned} &Q^1\left(q^{-1}\right)y_1(k)=q^{-1}P_u^{-1}\left(q^{-1}\right)u(k)+P_w^1\left(q^{-1}\right)w(k),\\ &Q^2\left(q^{-1}\right)y_2(k)=q^{-1}P_u^2\left(q^{-1}\right)u(k)+P_w^2\left(q^{-1}\right)w(k), \end{aligned} \tag{15}$$

где $y_1(k)$, $y_2(k)$ – соответственно регулируемые и измеряемые переменные. Использование двухвходовой согласованной модели

$$\varepsilon(k)=Q^2\left(q^{-1}\right)y_2(k)-q^{-1}P_u^2\left(q^{-1}\right)u(k)=P_w^2\left(q^{-1}\right)w(k) \tag{16}$$

позволяет измерить лишь скользящее среднее возмущения, определяемое полиномом канала измерения $P_w^2\left(q^{-1}\right)$, в то время, как для построения алгоритма управления необходима оценка преобразованного возмущения $\widehat{w}(k)=P_w^1\left(q^{-1}\right)w(k)$, что требует динамического преобразования сигнала $\varepsilon(k)$ с помощью инверсного фильтра, который для не минимально-фазовых по возмущению объектов оказывается неустойчивым.

В этом случае для синтеза компенсирующих регулятора необходимо найти полиномы минимальных степеней $S_1\left(q^{-1}\right)$ и $S_2\left(q^{-1}\right)$, являющихся решением полиномиального уравнения

$$P_w^1\left(q^{-1}\right)-q^{-1}S_1\left(q^{-1}\right)P_w^2\left(q^{-1}\right)=S_2\left(q^{-1}\right)\left[1-q^{-1}D\left(q^{-1}\right)\right], \tag{17}$$

и принять $P_e\left(q^{-1}\right)=S_1\left(q^{-1}\right)$.

Иной подход возможен на основе использования оценки возмущения $\hat{w}(k)$.

Необходимость восстановления $w(k)$ в явном виде (задача декоррекции преобразованного возмущения) возникает при решении задачи идентификации полинома предсказания $D\left(q^{-1}\right)$ или настройки параметров алгоритма приближенного прогнозирования возмущения, что является основой построения адаптивных селективно-инвариантных систем.

Использование идеи равно-модульной аппроксимации приводит к построению динамического наблюдения возмущения вида

$$\widetilde{P}_w^2\left(q^{-1}\right)\widehat{w}(k)=\varepsilon(k), \tag{18}$$

при этом ошибка оценивания $e_w(k)=w(k)-\widehat{w}(k)$ описывается уравнением

$$\widetilde{P}_w^2\left(q^{-1}\right)e_w(k)=\left[\widetilde{P}_w^2\left(q^{-1}\right)-P_w^2\left(q^{-1}\right)\right]w(k), \tag{19}$$

В этом случае, как следует из (19), присутствует неубывающая динамическая составляющая ошибки оценивания, зависящая от возмущения $w(k)$, что может привести к недопустимо большим погрешностям компенсации.

Повысить точность оценивания и компенсации можно путем использования устойчивой обратной модели объекта по каналу возмущения, синтезированной, например, по методике [4].

Представим передаточную функцию канала косвенного измерения преобразованного возмущения $w_p^1(k)$ в виде

$$G_w^2(z)=\frac{P_w^{2+}(z)}{P_w^1(z)}\prod_{i=1}^{\mu}\left(z-z_i^0\right), \tag{20}$$

где z_i^0, $i=\overline{1,\mu}$ – неустойчивые нули полинома $P_w^2(z)$. Используя разложение инверсной функции $\left(z-z_i\right)^{-1}$ в ряд по положительным степеням оператора z, получим

$$\left(z-z_i\right)^{-1}=\sum_{k=0}^{\infty}\alpha_{ik}z^k, \quad \alpha_{ik}=-z_i^{-(k-1)}., \tag{21}$$

Ограничиваясь конечным числом шагов разложения N, получим приближенное выражение для инверсной передаточной функции

$$\widetilde{G}_w^2(z)=\frac{z^{-m}P_w^1(z)}{P_w^{2+}(z)}\sum_{k=0}^{\mu N}\alpha_k z^k, \tag{22}$$

где коэффициенты α_k определяются из уравнения.

$$\prod_{i=1}^{\mu}\sum_{k=0}^{N}\alpha_{ik}z^k=\sum_{k=0}^{\mu N}\alpha_k z^k, \tag{23}$$

а минимальное число m, обеспечивающее физическую реализуемость обратной модели, определяется как

$$m=\deg P_w^1-\deg P_w^{2+}+\mu N. \tag{24}$$

Из (22) нетрудно получить разностное уравнение, описывающее алгоритм восстановления $w_p^1(k)$ на основе устойчивой обратной модели.

Описанный подход может быть распространен на объекты, многомерные по входу и выходу, воспользовавшись методикой синтеза многомерных обратных моделей в пространстве состояний, изложенной в [5].

Список литературы: 1. *Цыпкин Я.З.* Адаптивно инвариантные системы управления // Автоматика и телемеханика, 1991, № 5, с. 96-124. 2. *Цыпкин Я.З.* Неминимально-фазовость в дискретных системах управления // Итоги науки и техники. Сер. Техническая кибернетика.

М.: ВИНИТИ. 1989. Том 26. С.3-40. 3. *Джонсон С.* Теория регуляторов, приспосабливающихся к возмущениям // Фильтрация и стохастическое управление в динамических системах. М.: Мир, 1980. С.253-320. 4. *Житецкий Л.С.* Инвариантность комбинированных дискретных систем программного управления // Теория инвариантности автоматических систем. М.: Наука, 1970. С.297-302. 5. *Костенко Ю.Т., Любчик Л.М.* Системы управления с динамическими моделями. Харьков: Основа, 1996. 212с.

Поступила в редколлегию 31.12.98